# Diagnostiktest „Mathematik“

Sie beabsichtigen ab dem nächsten Schuljahr die Saarländische Meister- und Technikerschule, Führungsakademie des Handwerks zu besuchen.

Herzlichen Glückwunsch zu Ihrem Vorhaben.

Damit Sie zielgerichtet und erfolgreich mitarbeiten können, haben wir für Sie im Fach Mathematik einen Selbsttest vorgesehen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung des Selbsttests!

Falls die Auswertung dieses Tests ergibt, dass die Aufgaben Ihnen wenig Mühe gemacht, und Sie mindestens 70 Punkte von den maximal zu erreichenden 100 Punkten erreicht haben, so wird Ihnen dieses Fach sicher noch viel Freude bereiten.

Der Test ging daneben? Kein Grund zur Aufgabe Ihres Vorhabens. Sie können den Vorbereitungskurs in Mathematik an der Akademie der Handwerkskammer besuchen und die vorhandenen Lücken werden schnellstens geschlossen.

*Aufgabe 1:* (6 Punkte)

Der Inhalt eines Gasometers reicht für 153 Laternen 16 Stunden lang.

Für wie viele Stunden reicht der Inhalt des Gasometers bei 90 Laternen?

*Aufgabe 2:* (6 Punkte)

Zur Bedielung eines Saales sind 90 Bretter von 4,8 m Länge und 30 cm Breite erforderlich.

Wie viel Bretter müsste man haben, wenn sie 4,5 m lang und 36 cm breit wären?

*Aufgabe 3:*

Addition und Subtraktion

Berechnen Sie

a) $216+(-45+17)=$ (3 Punkte)

b) $555-\left(-(57-78)-(78-57)+(-56+17)-(-(-13-11))\right)=$ (3 Punkte)

*Aufgabe 4:*

Multiplikation mit Summentermen

Berechnen Sie

a) $5(a-b)=$ (3 Punkte)

b) $(x+1-y)(-3,2z)-(-1,8z)(y-2x-3)=$ (3 Punkte)

*Aufgabe 5:*

Binomische Formeln

Berechnen Sie

a) $(m+n)^2=$ (3 Punkte)

b) $(a-b-c)^2=$ (3 Punkte)

c) $(5x-2y)(5x+2y)=$ (3 Punkte)

*Aufgabe 6:* (6 Punkte)

Eine 6m lange Leiter wird an eine Hauswand gelehnt (siehe Abbildung 1). Damit die Leiter nicht rutscht, soll sie unter einem Winkel von α = 72° aufgestellt werden.

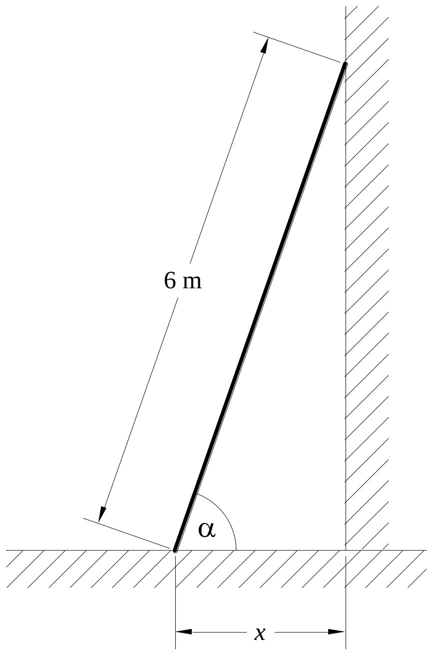



Abbildung 1: Leiter an Hauswand

Wie weit ist damit das untere Ende der Leiter von der Hauswand entfernt?

*Aufgabe 7:* (6 Punkte)

Gegeben ist das in Abbildung 2 dargestellte Parallelogramm.

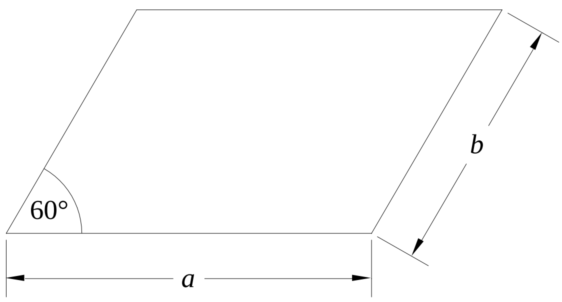



Abbildung 2: Parallelogramm

Berechnen Sie die Fläche $A$ des Parallelogramms für $a$ = 70 mm und $b$ = 50 mm.

*Aufgabe 8:*

Der Quader nach Abbildung 3 hat die Kantenlängen $a$, $b$ und $c$.

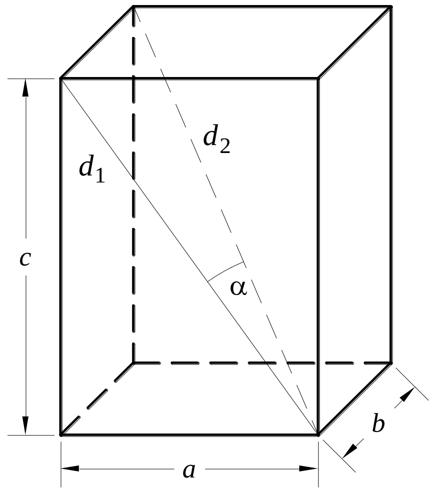



Abbildung 3: Quader

Berechnen Sie in Abhängigkeit von der Kantenlänge $a$ für das Längenverhältnis $a{:}b{:}c = 1{:}2{:}3$

a) das Volumen $V$ (3 Punkte)

b) die Oberfläche $A$ (3 Punkte)

c) die Länge der Flächendiagonale $d_1$ (3 Punkte)

d) die Länge der Raumdiagonale $d_2$ (3 Punkte)

e) den Winkel $\alpha$ zwischen $d_1$ und $d_2$ (3 Punkte)

*Aufgabe 9:*

Berechnen Sie den Potenzwert folgender Terme:

a) $16 \cdot 2^{-3} =$ (3 Punkte)

b) $(-3)^5 =$ (3 Punkte)

c) $(-1{,}01)^2 =$ (3 Punkte)

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} =$ (3 Punkte)

*Aufgabe 10:*

Vereinfachen Sie folgende Wurzeln unter Verwendung der Potenzschreibweise:

a) $\sqrt[3]{\frac{x^{-3}}{x^{-9}}} =$ (3 Punkte)

b) $\sqrt[3]{\frac{2^{-1}}{4^{-2}}} =$ (3 Punkte)

c) $\left(\sqrt[6]{\frac{ba^2}{b^{-1}}}\right)^3 =$ (3 Punkte)

d) $\sqrt[a]{x^{2a}} =$ (3 Punkte)

*Aufgabe 11:*

Gleichungen mit Formvariablen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der jeweils angegebenen Variable auf:

a) $A = \left[(a+c)/2\right] \cdot h$ nach $c$ auflösen (3 Punkte)

b) $\frac{1}{2x} = \frac{D-d}{2}$ nach $D$ auflösen (3 Punkte)

*Aufgabe 12:*

Berechnen Sie

a) $2 \cdot \sqrt[3]{27} + 5 \cdot \sqrt[3]{27} - 4 \cdot \sqrt[3]{27} =$ (3 Punkte)

b) $2 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} =$ (3 Punkte)

c) $2 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{3} - 3 \cdot \sqrt[3]{3} =$ (4 Punkte)

Viel Erfolg!

# Musterlösung zum Diagnostiktest „Mathematik“

*Aufgabe 1:* (6 Punkte)

Der Inhalt eines Gasometers reicht für 153 Laternen 16 Stunden lang.

Für wie viele Stunden reicht der Inhalt des Gasometers bei 90 Laternen?

LÖSUNG:

153 Laternen 16 Stunden

90 Laternen x Stunden

$$\Rightarrow \quad x = \frac{16 \cdot 153}{90} = 27{,}2 \text{ Stunden}$$

*Aufgabe 2:* (6 Punkte)

Zur Bedielung eines Saales sind 90 Bretter von 4,8 m Länge und 30 cm Breite erforderlich.

Wie viel Bretter müsste man haben, wenn sie 4,5 m lang und 36 cm breit wären?

LÖSUNG:

Von den 4,8 m langen und 30 cm breiten Brettern werden 90 Stück benötigt.

Von den 4,5 m langen und 36 cm breiten Brettern werden x Stück benötigt.

$$\Rightarrow \quad x = \frac{90 \cdot 4{,}8 \cdot 30}{4{,}5 \cdot 36} = 80 \text{ Stück}$$

*Aufgabe 3:*

Addition und Subtraktion

Berechnen Sie

c) $216 + (-45 + 17) =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$216 + (-45 + 17) = 216 - 45 + 17 = 188$$

d) $555 - \left(-(57-78) - (78-57) + (-56+17) - \left(-(-13-11)\right)\right) =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$= 555 - \left(-(57-78) - (78-57) + (-56+17) - (13+11)\right)$$
$$= 555 - \left(-(57-78) - (78-57) - 56 + 17 - 13 - 11\right)$$
$$= 555 - (-57 + 78 - 78 + 57 - 56 + 17 - 13 - 11)$$
$$= 555 + 57 - 78 + 78 - 57 + 56 - 17 + 13 + 11$$
$$= 618$$

*Aufgabe 4:*

Multiplikation mit Summentermen

Berechnen Sie

c) $5(a-b)=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$5(a-b)=5a-5b$

d) $(x+1-y)(-3,2z)-(-1,8z)(y-2x-3)=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$=-3,2\,zx-3,2\,z+3,2\,zy-(-1,8\,zy+3,6\,zx+5,4\,z)$
$=-3,2\,zx-3,2\,z+3,2\,zy+1,8\,zy-3,6\,zx-5,4\,z$
$=-6,8\,zx+5\,zy-8,6\,z$

*Aufgabe 5:*

Binomische Formeln

Berechnen Sie

e) $(m+n)^2=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$=m^2+2mn+n^2$

f) $(a-b-c)^2=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$

g) $(5x-2y)(5x+2y)=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$=25x^2-4y^2$

*Aufgabe 6:* (6 Punkte)

Eine 6m lange Leiter wird an eine Hauswand gelehnt (siehe Abbildung 1). Damit die Leiter nicht rutscht, soll sie unter einem Winkel von α = 72° aufgestellt werden.

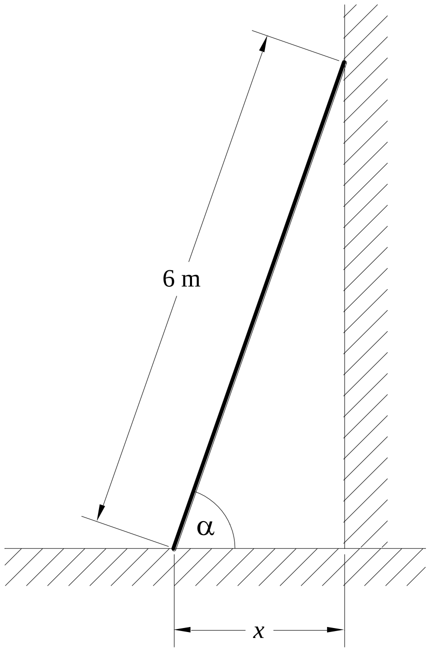



Abbildung 1: Leiter an Hauswand

Wie weit ist damit das untere Ende der Leiter von der Hauswand entfernt?

LÖSUNG:

Die Hypotenuse ist gegeben und die Ankathete $x$ ist gesucht.

$$\cos(\alpha) = \frac{x}{6\text{ m}}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 6\text{ m} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 6\text{ m} \cdot \cos(72°)$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 6\text{ m} \cdot 0{,}3090$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 1{,}85\text{ m}$$

*Aufgabe 7:* (6 Punkte)

Gegeben ist das in Abbildung 2 dargestellte Parallelogramm.

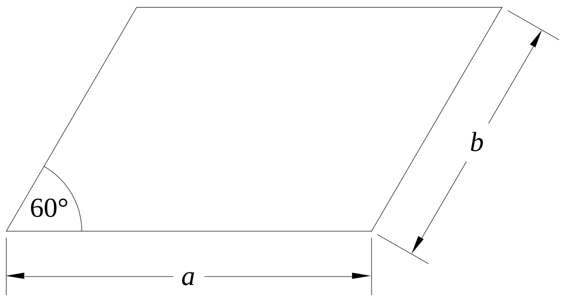
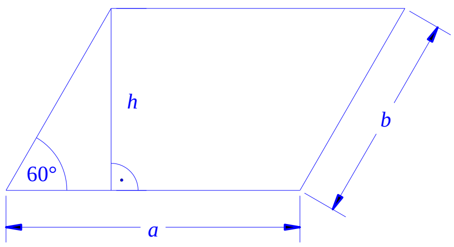



Abbildung 2: Parallelogramm

Berechnen Sie die Fläche $A$ des Parallelogramms für $a$ = 70 mm und $b$ = 50 mm.

LÖSUNG:

Da die Höhe $h$ nicht gegeben ist, muss diese zunächst über den Sinus berechnet werden:




$$h = b \cdot \sin(60°)$$

$$\Leftrightarrow \quad h = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Für die Fläche des Parallelogramms gilt dann:

$$A = a \cdot h$$

$$\Leftrightarrow \quad A = a \cdot b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 70\text{ mm} \cdot 50\text{ mm} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 3031{,}09\text{ mm}^2$$

*Aufgabe 8:*

Der Quader nach Abbildung 3 hat die Kantenlängen *a*, *b* und *c*.

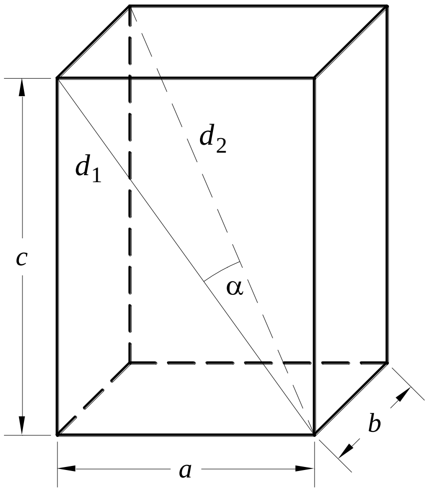



Abbildung 3: Quader

Berechnen Sie in Abhängigkeit von der Kantenlänge *a* für das Längenverhältnis $a:b:c = 1:2:3$

f) das Volumen $V$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

Aus dem Verhältnis der Kantenlängen ergibt sich: $b = 2a$ und $c = 3a$

$V = a \cdot b \cdot c = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$

g) die Oberfläche $A$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

Jede Außenfläche kommt doppelt vor.

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot (ab + ac + bc) \\ &= 2 \cdot (a \cdot 2a + a \cdot 3a + 2a \cdot 3a) \\ &= 2 \cdot (2a^2 + 3a^2 + 6a^2) \\ &= 22a^2 \end{aligned}$$

h) die Länge der Flächendiagonale $d_1$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

Die Länge der Flächendiagonale ergibt sich aus dem Satz des Pythagoras.

$$d_1^2 = a^2 + c^2$$
$$\Leftrightarrow \quad d_1 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

Mit $c = 3a$ gilt:

$$d_1 = a \cdot \sqrt{10}$$
$$\Leftrightarrow \quad d_1 = 3{,}16 \cdot a$$

i) die Länge der Raumdiagonale $d_2$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

Die Länge der Raumdiagonale ergibt sich ebenfalls aus dem Satz des Pythagoras.

$$d_2^2 = d_1^2 + b^2$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2^2 = a^2 + b^2 + c^2$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2 = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (3a)^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2 = \sqrt{a^2 + 4a^2 + 9a^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2 = \sqrt{14a^2} = a \cdot \sqrt{14}$$
$$\Leftrightarrow \quad d_2 = 3{,}74 \cdot a$$

j) den Winkel α zwischen $d_1$ und $d_2$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

Die Seiten $b$, $d_1$ und $d_2$ bilden ein rechtwinkliges Dreieck.

$$\sin(\alpha) = \frac{b}{d_2}$$
$$\Leftrightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{2a}{d_2}$$
$$\Leftrightarrow \quad \sin(\alpha) = \frac{2a}{a \cdot \sqrt{14}} = \frac{2}{\sqrt{14}} = 0{,}53$$
$$\Rightarrow \quad \alpha = 32{,}31°$$

*Aufgabe 9:*

Berechnen Sie den Potenzwert folgender Terme:

e) $16 \cdot 2^{-3} =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$16 \cdot 2^{-3} = 2^4 \cdot 2^{-3} = 2$$

f) $(-3)^5 =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$(-3)^5 = -243$$

g) $(-1,01)^2 =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$(-1,01)^2 = 1,0201$$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{(-1)^{-4}}{2^{-4}} = \frac{2^4}{1^4} = 16$$

*Aufgabe 10:*

Vereinfachen Sie folgende Wurzeln unter Verwendung der Potenzschreibweise:

e) $\sqrt[3]{\frac{x^{-3}}{x^{-9}}} =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\sqrt[3]{\frac{x^{-3}}{x^{-9}}} = \sqrt[3]{\frac{x^{9}}{x^{3}}} = \sqrt[3]{x^6} = \left(x^6\right)^{1/3} = x^{6/3} = x^2$$

f) $\sqrt[3]{\frac{2^{-1}}{4^{-2}}} =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\sqrt[3]{\frac{2^{-1}}{4^{-2}}} = \sqrt[3]{\frac{4^{2}}{2^{1}}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 8^{1/3} = 2$$

g) $\left(\sqrt[6]{\frac{ba^2}{b^{-1}}}\right)^3 =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\left(\sqrt[6]{\frac{ba^2}{b^{-1}}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{a^2b^2}\right)^3 = \left(a^2b^2\right)^{3\cdot 1/6} = \left(a^2b^2\right)^{1/2} = \sqrt{a^2b^2} = ab$$

h) $\sqrt[a]{x^{2a}} =$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\sqrt[a]{x^{2a}} = x^{2a\cdot 1/a} = x^2$$

*Aufgabe 11:*

Gleichungen mit Formvariablen

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der jeweils angegebenen Variable auf:

c) $A=\left[(a+c)/2\right]\cdot h$ nach $c$ auflösen (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$A=\left[(a+c)/2\right]\cdot h$$
$$\Leftrightarrow \frac{A}{h}=\frac{a+c}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2A}{h}=a+c$$
$$\Leftrightarrow c=\frac{2A}{h}-a$$

d) $\frac{1}{2x}=\frac{D-d}{2}$ nach $D$ auflösen (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$\frac{1}{2x}=\frac{D-d}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2}{2x}=D-d$$
$$\Leftrightarrow D=\frac{1}{x}+d$$

*Aufgabe 12:*

Berechnen Sie

d) $2\cdot\sqrt[3]{27}+5\cdot\sqrt[3]{27}-4\cdot\sqrt[3]{27}=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$2\cdot\sqrt[3]{27}+5\cdot\sqrt[3]{27}-4\cdot\sqrt[3]{27}=(2+5-4)\cdot\sqrt[3]{27}=3\cdot\sqrt[3]{27}=3\cdot 3=9$$

e) $2\cdot\sqrt[3]{2}+4\cdot\sqrt[3]{2}-3\cdot\sqrt[3]{2}=$ (3 Punkte)

LÖSUNG:

$$2\cdot\sqrt[3]{2}+4\cdot\sqrt[3]{2}-3\cdot\sqrt[3]{2}=(2+4-3)\cdot\sqrt[3]{2}=3\cdot\sqrt[3]{2}\approx 3,78$$

f) $2\cdot\sqrt[3]{2}+4\cdot\sqrt[3]{3}-3\cdot\sqrt[3]{3}=$ (4 Punkte)

LÖSUNG:

$$2\cdot\sqrt[3]{2}+4\cdot\sqrt[3]{3}-3\cdot\sqrt[3]{3}=2\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}\approx 3,96$$